

۱. فرض کنید شرکت بیمه‌ای با سه نوع ریسک مواجه است که همبستگی آن‌ها با یکدیگر صفر است. اگر انحراف معیار خسارت‌های سالانه این سه ریسک به ترتیب برابر ۱۰۰، ۱۵۰ و ۲۰۰ میلیون تومان باشد، ریسک کلی پورترفوی را با استفاده از فرمول واریانس مجموع محاسبه کنید.

۲. مفهوم «ارزش در معرض ریسک (Value at Risk - VaR)» را توضیح دهید و نحوه محاسبه آن را برای یک پورترفوی بیمه‌ای با توزیع نرمال و میانگین ۵۰۰ میلیون تومان و انحراف معیار ۱۲۰ میلیون تومان در سطح اطمینان ۹۵٪ تشریح نمایید.

۳. مدل «تحلیل نقطه سر به سر بیمه‌ای (Insurance Break-Even Analysis)» را شرح دهید و با ذکر یک مثال عددی، نحوه استفاده از آن در تصمیم‌گیری شرکت‌های بیمه برای طراحی یک محصول جدید را نشان دهید.

۴. شرکت بیمه‌ای برای کاهش ریسک خسارات بزرگ از قرارداد بیمه اتکایی استفاده می‌کند. نوع قرارداد excess of loss را توضیح دهید و با ذکر مثال عددی، تأثیر آن بر توزیع خسارت را تحلیل کنید.

۵. تفاوت میان مدل توزیع خسارت تجمعی (Aggregate Loss Model) و مدل خسارت منفرد (Individual Loss Model) را از نظر کاربرد در ارزیابی ریسک بیمه‌ای بیان کرده و مشخص کنید در چه شرایطی هر یک از این دو مدل ترجیح داده می‌شود.

۶. شرکت بیمه‌ای با داده‌های تاریخی خسارات یک بیمه عمر مواجه است که توزیع خسارات آن چولگی مثبت دارد. چه نوع توزیع احتمالی برای مدل‌سازی مناسب است؟ دلیل انتخاب خود را با استناد به ویژگی‌های توزیع توضیح دهید.

۷. شاخص نسبت خسارت (Loss Ratio) یکی از شاخص‌های کلیدی در تحلیل عملکرد بیمه‌ای است. این شاخص را تعریف کرده و با استفاده از اطلاعات زیر آن را محاسبه کنید:

○ خسارات پرداختی در سال: ۴۸۰ میلیارد تومان

○ حق بیمه دریافتی: ۶۰۰ میلیارد تومان

همچنین تفسیر عدد به‌دست‌آمده را ارائه نمایید.

۸. مدل میانگین-واریانس (Mean-Variance Model) چگونه در مدیریت ریسک سرمایه‌گذاری شرکت‌های بیمه استفاده می‌شود؟ مثالی از انتخاب بین دو پورترفوی با استفاده از این مدل ارائه دهید.

۹. یک شرکت بیمه برای پوشش ریسک زلزله در یک منطقه خاص، به ارزیابی ریسک نیاز دارد. توضیح دهید چگونه از روش شبیه‌سازی مونت کارلو برای این منظور استفاده می‌شود و چه مزایایی نسبت به روش‌های تحلیلی دارد؟

۱۰. تابع مطلوبیت (Utility Function) چه نقشی در تصمیم‌گیری‌های مدیریت ریسک بیمه دارد؟ با ذکر یک تابع نمایی، نحوه سنجش پذیرش ریسک توسط مدیر ریسک را توضیح دهید.

۱. با توجه به اینکه ریسک‌ها مستقل هستند، واریانس مجموع برابر است با مجموع واریانس‌ها:

- واریانس کل $= 100^2 + 150^2 + 200^2 = 72,500 = 40,000 + 22,500 + 10,000$
 - انحراف معیار کل $= \sqrt{72,500} \approx 269.26$ میلیون تومان
- بنابراین، ریسک کلی پورتفوی معادل حدود ۲۶۹,۲۶ میلیون تومان خواهد بود که کمتر از جمع ساده انحراف معیارهای جداگانه است. این کاهش ناشی از اصل تنوع‌بخشی (Diversification) است.

۲.

VaR در سطح اطمینان ۹۵٪ برای توزیع نرمال به صورت زیر محاسبه می‌شود:

- $Z_{0.95} = 1.645$
- $VaR = \mu + Z\sigma = 500 + 1.645 \times 120 = 500 + 197.4 = 697.4$ میلیون تومان

به عبارت دیگر، در ۹۵٪ مواقع، خسارت از ۶۹۷,۴ میلیون تومان تجاوز نمی‌کند. این شاخص به شرکت بیمه کمک می‌کند تا حد زیان احتمالی را در سناریوهای بدشانس مشخص کند.

۳. تحلیل نقطه سر به سر زمانی کاربرد دارد که شرکت بیمه می‌خواهد مطمئن شود آیا یک محصول جدید سودآور خواهد بود یا خیر.

مثال:

- هزینه‌های ثابت: ۲۰۰ میلیون تومان

- سود خالص هر بیمه‌نامه: ۲ میلیون تومان
 - نقطه سر به سر $= 200 / 2 = 100$ بیمه‌نامه
- یعنی اگر شرکت کمتر از ۱۰۰ بیمه‌نامه بفروشد، ضرر خواهد کرد. این مدل به تصمیم‌گیری در قیمت‌گذاری و پیش‌بینی فروش کمک می‌کند.
۴. در قرارداد excess of loss ، بیمه‌گر اتکایی فقط زمانی خسارت را پرداخت می‌کند که خسارت از حد معینی فراتر رود.
- مثال: حد قراردادی ۱۰۰ میلیون تومان، خسارت واقعی ۲۵۰ میلیون تومان
- سهم بیمه‌گر اولیه: ۱۰۰
 - سهم بیمه‌گر اتکایی: ۱۵۰
- این مدل باعث می‌شود بیمه‌گر اولیه در برابر خسارات عادی مسئول باشد ولی در برابر خسارات بزرگ، حمایت شود. این نوع پوشش معمولاً برای وقایع بزرگ مانند زلزله استفاده می‌شود.
۵. مدل خسارت منفرد بر اساس تعداد و شدت خسارات فردی است و برای پوشش‌های شخصی یا بیمه عمر مناسب‌تر است.
- در مقابل، مدل تجمعی بر مجموع خسارات در بازه زمانی خاص تمرکز دارد و در بیمه‌های تجاری یا اتکایی کاربرد بیشتری دارد.
- در شرایطی که داده‌های دقیق فردی موجود باشد، مدل منفرد دقیق‌تر است؛ اما در نبود داده جزئی، مدل تجمعی مناسب‌تر است.
۶. در این حالت، توزیع گاما (Gamma) یا توزیع لوگ‌نرمال (Lognormal) مناسب هستند.
- هر دو توزیع برای داده‌های با چولگی مثبت قابل استفاده‌اند. توزیع گاما برای مدل‌سازی خسارات متوسط تا بالا بسیار کاربردی است، در حالی که توزیع لوگ‌نرمال در صورت وجود ارزش‌های پرت بالا دقیق‌تر عمل می‌کند.
۷. نسبت خسارت = خسارات / حق بیمه $= 480 / 600 = 0.8$ یا ۸۰٪
- این نسبت نشان می‌دهد که از هر ۱۰۰ تومان حق بیمه، ۸۰ تومان بابت خسارت

پرداخت شده است. نسبت زیر ۱۰۰٪ مطلوب است، اما اگر خیلی بالا باشد (مثلاً بالاتر از ۸۵٪) ممکن است سودآوری شرکت در خطر باشد.

۸. در مدل میانگین-واریانس، شرکت بیمه بین پورتفوی‌هایی با بازده و ریسک متفاوت انتخاب می‌کند.
مثال:

- پورتفو A: بازده = ۸٪، واریانس = ۴
 - پورتفو B: بازده = ۶٪، واریانس = ۱
- اگر شرکت ریسک‌گریز باشد، ممکن است B را انتخاب کند، حتی با بازده کمتر، زیرا ریسک آن بسیار پایین‌تر است. این مدل ابزار ساده‌ای برای تصمیم‌گیری در سرمایه‌گذاری است.

۹. در روش شبیه‌سازی مونت کارلو، هزاران سناریو برای رخداد زلزله و میزان خسارت تولید می‌شود. هر سناریو بر اساس توزیع‌های احتمال مشخص ساخته شده و نتایج آن‌ها برای تحلیل ریسک کلی استفاده می‌شود.
این روش امکان مدل‌سازی وقایع نادر با تأثیر زیاد را فراهم می‌کند و نسبت به روش‌های تحلیلی که اغلب ساده‌سازی دارند، دقیق‌تر است.

۱۰. تابع مطلوبیت نمایی $u(x) = 1 - e^{-ax}$ برای توصیف ریسک‌گریزی استفاده می‌شود. اگر فردی دارای $a > 0$ باشد، ریسک‌گریز است.

مثال: اگر $a = 0.01$ و $x = 100$ میلیون تومان

$$u(100) = 1 - e^{-1} \approx 0.632$$

این عدد نشان می‌دهد فرد برای دریافت ۱۰۰ میلیون تومان ارزشی کمتر از ۱۰۰ میلیون (ریسک‌گریزی) قائل است. در مدیریت ریسک، این تابع برای ارزیابی پذیرش ریسک و تنظیم سیاست‌های پوشش استفاده می‌شود.